

Polska Akademia Nauk

Instytut Historii Nauki
im. Ludwika i Aleksandra Birkenmajerów

Karolina Karpińska

Konspekt pracy doktorskiej

Matematyka w Gimnazjum Toruńskim w latach 1568-1920

Praca wykonana pod kierunkiem
dr hab. Stanisława Domoradzkiego, prof. UR

1	Przedmiot rozprawy i dyscyplina, w jakiej sytuują się badania przeprowadzone w pracy	2
2	Uzasadnienie wyboru problematyki badawczej	3
3	Dotychczasowy stan badań związanych z podejmowaną problematyką	4
4	Szczegółowe cele rozprawy	5
5	Struktura rozprawy	6
6	Najważniejsze wnioski z analiz przeprowadzonych w rozprawie	8
7	Możliwości wykorzystania badań przeprowadzonych w rozprawie	11
8	Podstawowa literatura	12

Warszawa 2015

1 Przedmiot rozprawy i dyscyplina, w jakiej sytuują się badania przeprowadzone w pracy

Przedmiotem rozprawy jest zbadanie percepcji nauk matematycznych w Gimnazjum Toruńskim w latach 1568-1920, szczególnie badaniu poddana zostanie edukacyjna rola matematyki. W latach 1568-1920, Gimnazjum Toruńskie było jedną z czołowych placówek edukacyjnych, najpierw Prus Królewskich, a później Prus.

W rozprawie duży nacisk położyłam na ukazanie roli jaką pełniła matematyka w całym procesie kształcenia odbywającym się w Gimnazjum Toruńskim.

Jedną z głównych tez rozprawy jest następująca: Gimnazjum Toruńskie było instytucją, w której sposób nauczania przedmiotów matematyczno-przyrodniczych w poszczególnych okresach był dostosowany do potrzeb ówczesnego społeczeństwa. Koniec XVI i początek XVII wieku charakteryzowany był przez rozwój handlu, żeglugi oraz wzrost znaczenia rzemiosła we wszystkich miastach pomorskich, toteż ówczesny profesor matematyki Adam Freytag, oprócz arytmetyki, geometrii i trygonometrii, zaczął wykładać również matematykę stosowaną. Początkowo były to zasady fortyfikacji wojskowych, głównie francuskich i włoskich, a z biegiem lat rozszerzył je o zastosowania matematyki w geografii. Kolejni nauczyciele rozbudowywali programy nauczania matematyki m.in. o statykę, hydrostatykę, dioptrykę, perspektywę a nawet rachunek różniczkowy i całkowy, odkryty niezależnie przez Izaaka Newtona (1643-1727) oraz Gotfrieda Wilhelma Leibniza (1646-1716).

Najważniejszą reformę wprowadzono w instytucji toruńskiej na skutek rewolucji przemysłowej mającej miejsce na terenach Rzeszy Niemieckiej na przełomie XVIII i XIX wieku. Rzesza Niemiecka zaczęła dążyć do tego, aby stać się światową potęgą gospodarczą. Zauważono, iż cały proces industrializacji, czyli rozwoju gospodarki w oparciu o mechanizację produkcji, jest możliwy głównie dzięki wiedzy i umiejętnościom specjalistów w zakresie nauk matematyczno-przyrodniczych. Zaczęto otwierać szkoły realne, w których największy nacisk kładziono na nauczanie przedmiotów ścisłych. Gimnazjum Toruńskie odpowiedziało na to zapotrzebowanie i w 1861 roku w instytucji toruńskiej obok Gimnazjum Klasycznego otworzono Szkołę Realną I stopnia skoncentrowaną wokół nauczania przedmiotów matematyczno-przyrodniczych.

Podążanie za potrzebami społeczeństwa nie byłoby możliwe bez odpowiednio wykwalifikowanej kadry nauczycielskiej. Nauczyciele matematyki w Gimnazjum Toruńskim często byli wybitnymi matematykami, którzy łączyli wiedzę merytoryczną z wysokimi umiejętnościami nauczycielskimi. Byli autorami podręczników do matematyki, publikowali też artykuły naukowe. Twórczość nauczycieli matematyki Gimnazjum Toruńskiego poddałam w rozprawie szczególnej analizie.

Drugą zasadniczą tezę rozprawy to: W Gimnazjum Toruńskim wykładano matematyczne nowości naukowe przy równoczesnym dbaniu o wcześniejsze dokonania świata matematycznego. Przykładowo, w 1838 roku Karl Koppe sformułował twierdzenie dotyczące obliczania objętości obelisków, a już pięć lat później poznawali je uczniowie Gimnazjum Toruńskiego. Z drugiej strony, w XIX wieku stałym punktem programów nauczania matematyki była geometria, na której Mikołaj Kopernik oparł rozważania umieszczone w dziele *O obrotach ciał niebieskich*.

Przygotowana rozprawa jest pracą z zakresu: historii nauki, historii matematyki, historii nauczania matematyki.

2 Uzasadnienie wyboru problematyki badawczej

W czasach, w których programy nauczania realizowane w polskich szkołach średnich oraz postać egzaminów maturalnych budzą kontrowersje a absolwenci liceów ogólnokształcących posiadający świadectwa maturalne, stanowią duży odsetek wszystkich bezrobotnych, warto spojrzeć wiek bądź dwa wieki wstecz – wrócić do czasów, w których matury były egzaminami prestiżowymi, a uzyskanie świadectwa dojrzałości gwarantowało przynależność do „elity intelektualnej kraju”. Do czasów, w których szkoły przygotowujące do egzaminów maturalnych dawały solidne wykształcenie, przygotowywały do zawodów a osoba posiadająca świadectwo dojrzałości mogła być pewna, iż znajdzie zatrudnienie, bez konieczności odbycia studiów uniwersyteckich.

Warto zbadać, jak wówczas nauczano matematyki: jak wyglądały egzaminy maturalne z matematyki, jakie były wymagania egzaminacyjne, jak wyglądał cały proces kształcenia i przygotowywania ucznia do egzaminu maturalnego. Może odnajdziemy tam wskazówki dotyczące tego, w jakim kierunku powinno pójść nauczanie matematyki w XXI wieku, aby osiągnąć lepsze efekty?

Gimnazjum Toruńskie w latach 1568-1920 przeżywało wzloty i upadki, uwarunkowane głównie przez niepewną sytuację polityczną Torunia. Jednakże, z całą pewnością można powiedzieć, że było ono jedną z czołowych placówek edukacyjnych, najpierw Prus Królewskich, a później Prus. Cały proces kształcenia, który odbywał się w instytucji toruńskiej, mógł i nadal może stanowić wzór dla innych szkół.

W Gimnazjum Toruńskim dbano o to, aby kadrę pedagogiczną stanowili nauczyciele o możliwie najwyższych kwalifikacjach. Przykładowo, w roku szkolnym 1862/1863 na 22 nauczycieli 13 miało tytuł naukowy doktora. Nauczyciele często byli wybitnymi dydaktykami i znawcami przedmiotów, które wykładali, np. w latach 1863-1894 nauczycielem matematyki w instytucji toruńskiej był Maksymilian Curtze uznawany za jednego z najwybitniejszych dziewiętnastowiecznych historyków matematyki.

Wysoki poziom nauczania, którym charakteryzowało się Gimnazjum Toruńskie potwierdzają osiągnięcia jego wychowanków. Instytucję toruńską ukończyli m. in.: anatom i wynalazca telegrafu galwanicznego Samuel Thomas Soemmerring (1755-1830), językoznawca, bibliograf i pedagog Samuel Bogumił Linde (1771-1847), jeden z czołowych matematyków i fizyków epoki oświecenia Jan Michał Hube (1737-1807) – należał on do grona matematyków, którzy zbudowali fundamenty dzisiejszego rachunku różniczkowego, oraz jego syn Karol Hube (1769-1845) – od 1810 roku profesor matematyki na Uniwersytecie w Krakowie, nazywanym wówczas Szkołą Główną Koronną, w latach 1835-1837 rektor tegoż Uniwersytetu, zwanego już Jagiellońskim. W XIX i na początku XX wieku Gimnazjum Toruńskie ukończyli m. in.: chemik i światowej sławy esperantysta Antoni Grabowski (1857-1956), astronom, meteorolog i nauczyciel matematyki Bolesław Buszczyński (1857-1926) oraz jeden z najpotężniejszych przedsiębiorców polskich pierwszej połowy XX wieku – Bronisław Julian Wiktor Hozakowski (1887-1948).

3 Dotychczasowy stan badań związanych z podejmowaną problematyką

Historia Gimnazjum Toruńskiego wraz z rolą jaką odegrała w nim matematyka, informacjami dotyczącymi nauczania tego przedmiotu, biografiami osób związanych z Gimnazjum oraz zasadami jego funkcjonowania, do tej pory, była przedmiotem następujących opracowań:

1. Biskup M.: *Toruń dawny i dzisiejszy – zarys dziejów*. Warszawa – Poznań – Toruń, PWN, 1983.
2. *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 1 [XVI-XVIII w.], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, PWN, 1972.
3. *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 3 [XIX-XX w.], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, PWN, 1974.
4. *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 4 [1681-1817], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, PWN, 1973.
5. Pleśniarski B.: *Szkolnictwo departamentu bydgoskiego w okresie Księstwa Warszawskiego*. Toruń, 1965.
6. Podlaszewska K.: *Gimnazjum Toruńskie w latach 1817-1920*. Toruń, 2007.
7. Podlaszewska K., Salmonowicz S., Zdrójkowski Z.: *Krótką historia Gimnazjum Toruńskiego 1568-1968*. Toruń, 1968.

Percepcja nauk matematycznych w Gimnazjum Toruńskim w XVI-XVIII wieku została omówiona w:

1. Kubik K.: *Nauki ścisłe w toruńskim Gimnazjum Akademickim*, W: *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 3 [XIX-XX w.], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, PWN, 1974.
2. Kubik K.: *Nauczanie matematyki w Toruńskim Gimnazjum Akademickim w XVI-XVIII w.* W: *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 1 [XVI-XVIII w.], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, PWN, 1972.
3. Rozdział III. Sprawy dydaktyki: program i jego realizacja (Epoka barokowej erudycji i wczesnego oświecenia (1681-1745)). W: *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 4 [1681-1817], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, PWN, 1973.

W powyższych opracowaniach można znaleźć jedynie szczątkowe informacje dotyczące nauczania matematyki w XIX i na początku XX wieku. Pojawiają się tam jedynie: godzinowe rozkłady zajęć z matematyki, nazwiska nauczycieli, a w niektórych przypadkach również tytuły podręczników, których używano na lekcjach matematyki w wybranych okresach. Nie są mi znane opracowania, których przedmiotem byłoby omówienie nauczania matematyki w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku, pomimo przeprowadzenia rzetelnej i wnikliwej kwerendy bibliotecznej.

Istotną część rozprawy stanowią rozważania dotyczące edukacji matematycznej w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku, ze szczególną uwagą skierowaną na: przeprowadzane tam egzaminy maturalne, programy nauczania matematyki, analizę stosowanych wówczas podręczników, analizę oryginalnych prac autorstwa nauczycieli matematyki Gimnazjum Toruńskiego oraz stopień realizacji jednej z najważniejszych reform nauczania przedmiotów matematyczno-przyrodniczych z początku XX wieku, czyli tzw. Programu Merańskiego.

4 Szczegółowe cele rozprawy

Szczegółowe cele rozprawy dotyczące nauczania matematyki w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku to m.in.:

- analiza działalności naukowej i popularyzatorskiej nauczycieli matematyki Gimnazjum Toruńskiego (ze szczegółową analizą trzech artykułów: *Beiträge für den Unterricht in der Geometrie* O. Reichela (1866), *Abriß einer Einleitung in die beschreibende Geometrie* E. Fassbendera (1857) oraz *Die Kopernikanischen Sehnen- und Dreieckberechnungen* E. Fassbendera (1872), treści zawarte w tych artykułach umożliwiają zapoznanie się z metodami nauczania stosowanymi na lekcjach matematyki w Gimnazjum Toruńskim w XIX wieku),
- omówienie realizacji Programu Merańskiego w Gimnazjum Toruńskim na początku XX wieku,
- prezentacja programów nauczania oraz godzinowych rozkładów zajęć z matematyki i ich wieloaspektowa analiza (merytoryczna, dydaktyczna, wychowawcza, porównawcza, czasowa),
- przeprowadzenie analizy dydaktycznej podręczników do matematyki, których używano w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku, w tym: *Anfangsgründe der nothwendigsten Theile der Mathematik* [Podstawy najbardziej niezbędnych części matematyki] J. J. Eberta, *Die Elementar Mathematik* [Matematyka elementarna] L. Kambly'ego, *Anfangsgründe der reinen Mathematik für der Schul- und Selbst-Unterricht* [Podstaw matematyki czystej dla studiów szkolnych i własnych] K. Koppego, *Anfangsgründe der beschreibenden Geometrie, der analytischen Geometrie, der Kegelschnitte und der einfachen Reihen* [Podstawy geometrii wykreślnej, geometrii analitycznej, teorii stożkowych i prostych szeregów] E. Fassbendera, *Methodisch geordnete Aufgabensammlung* [Metodycznie uporządkowany zbiór zadań] F. Bardeya, *Hauptsätze der Elementar-Mathematik zum Gebrauche an Gymnasien und Realschulen* [Twierdzenia matematyki elementarnej do wykorzystania w gimnazjach i szkołach realnych] G. Mehlera,
- analiza podręcznika *Anfangsgründe der reinen Mathematik für der Schul- und Selbst-Unterricht* [Podstawy matematyki czystej dla studiów szkolnych i własnych] K. Koppego pod kątem wdrażania matematycznych nowości naukowych do nauczania szkolnego,
- analiza poziomu wykształcenia kadry nauczycielskiej Gimnazjum Toruńskiego,
- zaprezentowanie sylwetek nauczycieli matematyki,
- porównanie zasad przeprowadzania egzaminów maturalnych z matematyki w toruńskim Gimnazjum Klasycznym z zasadami ich przeprowadzania w dwóch okolicznych gimnazjach klasycznych: Królewskim katolickim Gimnazjum w Chełmnie oraz Królewskim Gimnazjum w Inowrocławiu,
- szczegółowa analiza zasad przeprowadzania egzaminów maturalnych w oddziale realnym Gimnazjum Toruńskiego,
- omówienie zarządzeń *Unterrichts- und Prüfungs-Ordnung der Realschulen* [Zasady nauczania i egzaminowania w szkołach realnych i wyższych szkołach obywatelskich] pruskiego Ministerstwa Edukacji wydanych w 1859 roku oraz zbadanie stopnia ich realizacji w oddziale realnym Gimnazjum Toruńskiego,
- zaprezentowanie zestawów zadań maturalnych, które otrzymali uczniowie toruńskiego Gimnazjum Klasycznego i Szkoły Realnej I stopnia w latach 1864, 1865, 1866,

przeprowadzenie rozwiązań tych zadań, umieszczenie komentarzy dotyczący tego, czy dane zadanie jest rozwiązywane na lekcjach matematyki w XXI wieku, czy zadania podobnego typu pojawiają się na współczesnych egzaminach maturalnych, czy uczniowie w XXI wieku posiadają zaplecze teoretyczne pozwalające rozwiązać dane zadanie; rozwiązanie każdego zadania (o ile jest to możliwe) dwiema metodami: metodą stosowaną w XIX wieku oraz metodą stosowaną w XXI wieku,

- przedstawienie analizy porównawczej pisemnych egzaminów maturalnych z matematyki z XIX i XXI wieku,
- przedstawienie statystyki zdawalności egzaminów maturalnych przez uczniów Gimnazjum Toruńskiego, kierunków studiów i uniwersytetów najchętniej wybieranych przez absolwentów,
- zaprezentowanie sylwetek absolwentów Gimnazjum Toruńskiego, którzy zostali nauczycielami matematyki w pruskich instytucjach kształcenia wyższego,
- zaprezentowanie programów nauczania matematyki, godzinowych rozkładów zajęć oraz podręczników do matematyki używanych w innych szkołach średnich funkcjonujących w Toruniu w XIX wieku: Wyższej Szkole dla Dziewcząt (niem. *Höhere Töchterschule*) oraz Szkole Średniej dla Chłopców (niem. *Knaben-Mittelschule*).

5 Struktura rozprawy

Rozdział 1:

W pierwszym rozdziale rozprawy omówiłam losy Gimnazjum Toruńskiego w dobie przynależności Torunia do Prus Królewskich. Przedstawiłam okoliczności powstania Gimnazjum Toruńskiego, a następnie opisałam jego funkcjonowanie, wpraw jako Gimnazjum Klasycznego, a następnie jako Gimnazjum Akademickiego. Szczególną uwagę skierowałam na nauczanie matematyki.

Rozdział 2:

Rozdział drugi zawiera krótką historię Gimnazjum Toruńskiego w latach 1793-1920. Przez niemalże cały ten czas Toruń wchodził w skład Prus. Jedynie w latach 1807-1815 był częścią Księstwa Warszawskiego. Tutaj zwróciłam uwagę na to, iż w XIX wieku instytucja toruńska pięciokrotnie zmieniała nazwę, co było skutkiem dokonywanym tam reform.

Rozdziały od trzeciego do siódmego zostały w całości poświęcone badaniu percepcji nauk matematycznych w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku.

Rozdział 3:

W rozdziale trzecim, zatytułowanym: *Nauczanie matematyki w szkołach średnich Torunia w XIX wieku*, zaprezentowałam, jak nauczanie matematyki w Gimnazjum Toruńskim wyglądało na tle nauczania tego przedmiotu w innych szkołach średnich funkcjonujących w Toruniu w XIX wieku. Ze szczególną skrupulatnością opisałam tutaj nauczanie matematyki w Gimnazjum Toruńskim w I połowie XIX wieku m. in. poddałam analizie podręcznik do matematyki używany w instytucji toruńskiej na początku tego stulecia: *Anfangsgründe der nothwendigsten Theile der Mathematik [Podstawy najbardziej niezbędnych części matematyki]* J. J. Eberta. Ważną część tego rozdziału stanowi porównanie sposobu przeprowadzania egzaminów maturalnych z matematyki w toruńskim Gimnazjum Klasycznym ze sposobami ich przeprowadzania w dwóch okolicznych gimnazjach klasycznych: Królewskim katolickim Gimnazjum w Chełmnie oraz Królewskim Gimnazjum w Inowrocławiu.

Rozdział 4:

Na lekcjach matematyki w Gimnazjum Toruńskim w XIX wieku przykładano dużą wagę do nauki geometrii. Zagadnienia geometryczne stanowiły ważną część programów nauczania, a na lekcjach uczniowie rozwiązywali mnóstwo zadań konstrukcyjnych. Omówieniu nauczania geometrii w Gimnazjum Toruńskim w II połowie XIX wieku został poświęcony czwarty rozdział rozprawy.

W pierwszej części tego rozdziału zaprezentowałam programy nauczania oraz podręczniki do geometrii, które były używane w obu oddziałach Gimnazjum Toruńskiego: klasycznym oraz realnym. Szczególnie wnikliwej analizie poddałam trzy geometryczne części (planimetryczną, trygonometryczną oraz stereometryczną) podręcznika *Die Elementar Mathematik [Matematyka elementarna]* L. Kambly'ego. Na tym podręczniku opierano naukę matematyki w klasach gimnazjalnych instytucji toruńskiej. Drugą część rozdziału czwartego zajmuje: *Działalność naukowa i popularyzatorska nauczycieli gimnazjum Toruńskiego w II połowie XIX wieku*. Podałam tutaj analizie artykuły dwóch nauczycieli Gimnazjum Toruńskiego: Otta Reichela oraz Eduarda Fassbendera, które opublikowali na łamach sprawozdań szkolnych. Są nimi: *Beiträge für den Unterricht in der Geometrie [Uwagi o nauczaniu geometrii]* O. Reichela (1866), *Die Kopernikanischen Sehnen- und Dreieckberechnungen [Obliczanie cięciw i rozwiązywanie trójkątów według Kopernika]* E. Fassbendera (1872) oraz *Abriß einer Einleitung in die beschreibende Geometrie [Zarys wprowadzenia do geometrii wykreślnej]* E. Fassbendera (1857). Analiza artykułu Otta Reichela pozwala zapoznać się z metodami nauczania stosowanymi przez nauczycieli Gimnazjum Toruńskiego na lekcjach planimetrii. Z drugiego artykułu dowiadujemy się, iż uczniowie Gimnazjum Toruńskiego byli zaznajamiani z trygonometrią płaską i sferyczną, na której bazował Kopernik pisząc swoje dzieło *O obrotach ciał niebieskich*. Analiza trzeciego artykułu pozwala niemalże wiernie odwzorować wykład geometrii wykreślnej prowadzony przez Eduarda Fassbendera w klasach realnych Gimnazjum Toruńskiego.

Rozdział 5:

Rozdział piąty, to *Troska o naukowy wymiar nauczania matematyki w Szkole Realnej w Toruniu w II połowie XIX wieku*. W pierwszej części tego rozdziału przeanalizowałam zarządzenia pruskiego Ministerstwa Edukacji wydane w 1859 roku pod nazwą: *Unterrichts- und Prüfungs-Ordnung der Realschulen [Zasady nauczania i egzaminowania w szkołach realnych i wyższych szkołach obywatelskich]* oraz zbadałam stopień ich realizacji w oddziale realnym Gimnazjum Toruńskiego. Podałam tutaj analizie dwie części podręcznika *Anfangsgründe der reinen Mathematik für der Schul- und Selbst-Unterricht [Podstawy matematyki czystej dla studiów szkolnych i własnych]* K. Koppego. Są nimi: *Arithmetik und Algebra [Arytmetyka i algebra]* oraz *Ebene Trigonometrie [Trygonometria płaska]*. Ponadto, przeprowadziłam analizę *Anfangsgründe der beschreibenden Geometrie, der analytischen Geometrie, der Kegelschnitte und der einfachen Reihen [Podstaw geometrii wykreślnej, geometrii analitycznej, teorii stożkowych i prostych szeregów]* E. Fassbendera. Oba te podręczniki były używane w klasach realnych instytucji toruńskiej. W drugiej części rozdziału przeanalizowałam części planimetryczną oraz stereometryczną podręcznika K. Koppego, pod kątem wdrażania nowości naukowych do nauczania szkolnego.

Rozdział 6:

Rozdział szósty poświęciłam rozwiązaniu zadań, które otrzymali uczniowie Gimnazjum Toruńskiego na pisemnych egzaminach maturalnych w latach 1864, 1865 oraz 1866. Każde zadanie zostało wzbogacone o komentarz dotyczący możliwości jego rozwiązania przez uczniów polskich szkół średnich funkcjonujących w XXI wieku. Każde zadanie, o ile było to możliwe, zostało rozwiązane dwiema metodami: metodą stosowaną w XIX wieku oraz metodą stosowaną w XXI wieku. Ponadto,

przeprowadziłam analizę porównawczą egzaminów maturalnych z matematyki przeprowadzanych w Gimnazjum Toruńskim w XIX wieku oraz w polskich szkołach średnich w XXI wieku.

Rozdział 7:

W rozdziale siódmym zbadalam stopień realizacji postulatów Programu Merańskiego w Gimnazjum Toruńskim. Uczyniłam to w oparciu o programy nauczania matematyki realizowane w obu oddziałach Gimnazjum Toruńskiego na przełomie XIX i XX wieku, stosowane wówczas podręczniki do matematyki (*Methodisch geordnete Aufgabensammlung* [Metodycznie uporządkowany zbiór zadań] F. Bardeya oraz *Hauptsätze der Elementar-Mathematik zum Gebrauche an Gymnasien und Realschulen* [Twierdzenia matematyki elementarnej do wykorzystania w gimnazjach i szkołach realnych] G. Mehlera) oraz zestawy zadań maturalnych z lat 1905-1911. Na tym zakończyłam rozważania dotyczące nauczania matematyki w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku.

Rozdział 8:

Najważniejszym sprawdzianem poziomu kształcenia w danej szkole są późniejsze osiągnięcia jej wychowanków. Dlatego, ósmy rozdział rozprawy poświęciłam przybliżeniu losów absolwentów Gimnazjum Toruńskiego. W pierwszej części tego rozdziału przedstawiłam statystyki zdawalności egzaminów maturalnych przez uczniów Gimnazjum Toruńskiego, wymieniłam kierunki studiów i uniwersytety najchętniej wybierane przez abiturientów oraz przybliżyłam sylwetki absolwentów Gimnazjum Toruńskiego z XIX i początku XX wieku, którzy zostali nauczycielami matematyki w pruskich instytucjach kształcenia wyższego. W drugiej części rozdziału umieściłam notki biograficzne wybranych absolwentów Gimnazjum Toruńskiego z lat 1568-1920.

6 Najważniejsze wnioski z analiz przeprowadzonych w rozprawie

Najważniejsze wnioski z analiz przeprowadzonych w rozprawie są następujące:

1. wybrane wnioski dotyczące nauczania matematyki w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku:
 - w pierwszych latach XIX wieku w Gimnazjum Toruńskim nie było nauczycieli o wykształceniu matematycznym; na lekcjach matematyki uczniowie zdobywali wiedzę, która miała im pomóc sprawnie funkcjonować w życiu dorosłym; dużą wagę przykładano do rachunków pamięciowych i pisemnych oraz do geometrii i jej zastosowań;
 - od 1817 roku w gronie pedagogicznym Gimnazjum Toruńskiego zasiadali nauczyciele o wykształceniu matematycznym; programy nauczania matematyki przybrały wówczas charakter dużo bardziej naukowy, w zależności od okresu, w Gimnazjum Toruńskim wykładano m. in. rachunek różniczkowy i całkowy, teorię stożkowych oraz kombinatorykę;
 - ważną część programów nauczania matematyki w Gimnazjum Toruńskim stanowiły zagadnienia geometryczne; uczniowie rozwiązywali dużo zadań konstrukcyjnych; wraz z otwarciem pierwszych klas realnych wykładano w nich geometrię wykreślną; zadania dotyczące geometrii znajdowały się na każdym pisemnym egzaminie maturalnym z matematyki przeprowadzonym w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku;

- na lekcjach matematyki w Gimnazjum Toruńskim w II połowie XIX i na początku XX wieku ukazywano zastosowania matematyki m. in. w: kupiectwie, rolnictwie, chemii, metaloznawstwie, fizyce, bankowości, astronomii, geografii, meteorologii oraz w grach loteryjnych i hazardowych; pokazywano, iż znajomość geometrii jest niezbędna przyszłym architektom, geodetom oraz astronomom; w II połowie XIX wieku w programach nauczania na stałe zagościły rachunki obywatelskie: obliczenia związane z lokatami i kredytami oraz obliczenia emerytalne;
 - struktura podręczników szkolnych do matematyki, których używano w Gimnazjum Toruńskim, była zbliżona do struktury podręczników akademickich: definicja → twierdzenie → dowód twierdzenia → wniosek → przykład itd.; taka forma podręczników kształtowała u uczniów umiejętność myślenia naukowego;
 - w Gimnazjum Toruńskim uczono młodzież myślenia krytycznego i twórczego: analizy faktów, szukania zależności, formułowania wniosków, rozwiązywania złożonych problemów matematycznych, gdy nie ma gotowego schematu postępowania, eksperymentowania, ale również podejmowania decyzji (np. który ze znanych uczniowi sposobów rozwiązania danego zadania będzie optymalny w danym przypadku);
 - niemalże na każdym kroku wymagano od uczniów samodzielnego myślenia; zadania maturalne w Gimnazjum Toruńskim były tak skonstruowane, że brak umiejętności samodzielnego myślenia uniemożliwiał zdobycie świadectwa dojrzałości;
 - na lekcjach matematyki nauczyciele obok metody podającej, stosowali metody aktywizujące uczniów, takie, jak: pogadanka, dyskusja, metoda problemowa (nauczyciel stawiał przed uczniami pewien problem matematyczny, który uczniowie musieli rozwiązać sami), rozwiązywanie ciągu zadań (uczniowie rozwiązywali zestaw zadań przygotowany przez nauczyciela, zadania w tym zestawie były ułożone w taki sposób, że każde następne zadanie zgłębiało wiedzę i umiejętności uczniów);
 - nauczyciele stosowali dwie formy pracy na lekcjach: pracę z całą klasą oraz pracę indywidualną (każdy uczeń pracował samodzielnie, jednakże pod kontrolą nauczyciela);
 - w XIX wieku zdarzało się, iż nowości matematyczne, po dostosowaniu do wiedzy i umiejętności uczniów, umieszczano w podręcznikach szkolnych, na skutek tego, w Gimnazjum Toruńskim wykładano m. in. twierdzenie dotyczące obliczania objętości obelisków, które zostało sformułowane przez Karla Koppego w artykule *Ein polyedrischer Satz* opublikowanym w 1838 roku (*Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Tom18, nr 3, Berlin, 1838);
 - na początku XX wieku w Gimnazjum Toruńskim realizowano większość postulatów Programu Merańskiego, co najprawdopodobniej wynikało z wysokiego poziomu nauczania, a niekoniecznie ze świadomego wyboru Programu Merańskiego.
2. wybrane wnioski z porównania nauczania matematyki w Gimnazjum Toruńskim (w XIX i na początku XX wieku) z nauczaniem matematyki w polskich szkołach przygotowujących do egzaminów maturalnych w XXI wieku:
- pewne zagadnienia z programów nauczania realizowanych w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku, zostały w XXI wieku definitywnie usunięte, np. trygonometria sferyczna, geometria wykreślna, liczby zespolone, ciągi liczb figuralnych (zostały one omówione w rozdziale piątym), równoważne przekształcanie figur (omówione w rozdziale piątym), obliczanie objętości „niestandardowych”

wielościannów, zadania konstrukcyjne, w szczególności te, które wymagały, aby w toku rozumowania znaleźć miejsca geometryczne punktów;

- w XXI wieku na lekcjach matematyki omawiane są działy matematyki, które nie zostały wymienione w programach nauczania Gimnazjum Toruńskiego w XIX i na początku XX wieku, np. statystyka;
- funkcje w XXI wieku są omawiane w zdecydowanie szerszym zakresie, niż miało to miejsce w Gimnazjum Toruńskim w rozważanym okresie;
- w XIX i na początku XX wieku przykładano zdecydowanie większą wagę do nauczania geometrii oraz do ukazywania zastosowań matematyki, niż ma to miejsce w XXI wieku;
- w XXI wieku w matematyce szkolnej i akademickiej nie funkcjonuje nazwa „obelisk”, w XIX wieku Karl Koppe nazywał tak wielościan, którego podstawami są dwa równoległe wielokąty a ścianami bocznymi są trapezy; w XXI wieku „obelisk” kojarzy się jedynie z elementem architektury starożytnego Egiptu – pomnikiem w formie wysokiego, smukłego słupa, którego podstawą najczęściej był czworobok,
- w XXI wieku na lekcjach matematyki w szkołach średnich nie omawia się ciągów arytmetycznych rzędu drugiego, trzeciego, itd. (ciągi te zostały omówione w rozdziale szóstym).

3. wnioski z porównania pisemnych egzaminów maturalnych z matematyki przeprowadzanych w Gimnazjum Toruńskim z egzaminami maturalnymi przeprowadzanymi w Polsce w XXI wieku:

- w XXI wieku uczniowie samodzielnie decydują, czy chcą zdawać egzamin maturalny z matematyki na poziomie podstawowym, czy rozszerzonym; w XIX wieku egzamin maturalny z matematyki nie był podzielony na poziom podstawowy i rozszerzony, uczniowie nie wybierali poziomu, na którym chcą zdawać egzamin, był jeden zestaw zadań maturalnych, który otrzymywali wszyscy maturzyści;
- pisemny egzamin maturalny z matematyki w Polsce w XXI wieku składa się z kilkunastu zadań, obejmują one swoją tematyką najważniejsze zagadnienia matematyczne, które były omawiane w szkole średniej; zadania są tak skonstruowane, że badają umiejętności ucznia z większości działów matematyki znajdujących się w podstawie programowej, jednakże w większości przypadków, badanie to odbywa się w sposób pobieżny – zadania sprawdzają znajomość podstaw; w XIX wieku, uczniowie Gimnazjum Toruńskiego na pisemnych egzaminach maturalnych z matematyki otrzymywali cztery zadania, zadania maturalne nie były tak zróżnicowane, jak w XXI wieku, jednakże były to zadania złożone, przez co, gruntownie sprawdzały znajomość definicji oraz twierdzeń z działu, którego dotyczyły, ponadto sprawdzały umiejętność zastosowania tych definicji i twierdzeń;
- pisemne egzaminy maturalne z matematyki w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku trwały 300 minut; w Polsce, od 2010 roku uczniowie zdający egzamin na poziomie rozszerzonym mają do dyspozycji 180 minut.

7 Możliwości wykorzystania badań przeprowadzonych w rozprawie

Praca dotyczy historii nauki, historii matematyki, została w niej ukazana rola matematyki w procesie kształcenia w pruskich szkołach przygotowujących do egzaminów maturalnych, prace twórcze nauczycieli matematyki, ukazane zostało znaczenie nauk matematycznych dla społeczeństwa w rozważanym okresie.

Osoby zainteresowane historią nauki (matematyki) mogą znaleźć w rozprawie ciekawe wiadomości. Przykładem jest tutaj przytoczone przeze mnie, wraz z dowodem, twierdzenie dotyczące obliczania objętości obelisków, które Karl Koppe sformułował w artykule *Ein polyedrischer Satz* opublikowanym w 1838 roku (*Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Tom 18, nr 3, Berlin, 1838). Twierdzenie to wzbogaciłam o uwagi dotyczące tego, kto przed Koppem zajmował się obliczaniem objętości wielościanów, których podstawami są dwa równoległe wielokąty a ścianami bocznymi – trapezy (Koppe nawał te wielościany obeliskami) i jakie rezultaty otrzymał (rozważania zostały umieszczone w rozdziale piątym). Ciekawe mogą być też uwagi dotyczące treści zawartych w artykule *Sur le maximum et le minimum des figures dans le plan, sur la sphère et dans l'espace en general* J. Steinera opublikowanym w 1842 roku (*Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Tom 24, nr 3, Berlin, 1842) (rozdział piąty).

Treści umieszczone w rozprawie mogą w XXI wieku stanowić pomoc dla nauczycieli każdego etapu edukacyjnego, począwszy od podstawowego, a skończywszy na akademickim. Znajdują się tutaj wskazówki, w jaki sposób należy omawiać na lekcjach pewne zagadnienia matematyczne, aby zmaksymalizować poziom ich zrozumienia przez uczniów. Przykładowo, w rozdziale czwartym (analiza artykułu *Beiträge für den Unterricht in der Geometrie* O. Reichela), nauczyciele szkół podstawowych mogą znaleźć podpowiedź, w jaki sposób omawiać kąty i ich rodzaje, aby osiągnąć zadowalające efekty. Nauczyciele gimnazjów i szkół średnich mogą pokazać uczniom np. w jaki sposób teoria trójkątów przystających i podobnych może być wykorzystana w miernictwie, mogą zabrać uczniów poza budynek szkoły i polecić im samodzielne wykonanie pomiarów przy użyciu najprostszych przyrządów mierniczych, a później pokazać im, jaki aparat matematyczny należy wykorzystać, aby, przykładowo, obliczyć odległość pomiędzy pewnymi domami, między którymi płynie rzeka (rozważania zostały umieszczone w rozdziale trzecim). Dzięki temu, uczniowie zauważą, iż matematyka faktycznie jest przydatna w życiu codziennym. Ale znajomość matematyki jest też potrzebna przyszłym naukowcom. Nauczyciele szkół średnich, śladem nauczycieli Gimnazjum Toruńskiego, mogą pokazać uczniom, na jakich zagadnieniach matematycznych bazował Mikołaj Kopernik podczas pracy nad dziełem *O obrotach ciał niebieskich* (rozdział czwarty, analiza artykułu *Die Kopernikanischen Sehnen- und Dreieckberechnungen* E. Fassbendera) i że nie była to skomplikowana matematyka. Ukazywanie zastosowań matematyki pomogłoby współczesnym nauczycielom wzbudzić u uczniów zamiłowanie do tego przedmiotu.

Zadania konstrukcyjne umieszczone w rozdziale czwartym (analiza artykułu *Beiträge für den Unterricht in der Geometrie* O. Reichela) oraz zadania z pisemnych egzaminów maturalnych z matematyki, które otrzymali uczniowie Gimnazjum Toruńskiego w XIX i na początku XX wieku, mogą być wykorzystane we współczesnych szkołach średnich, jako: zadania dodatkowe, będące częścią pracy domowej z matematyki, zadania na kółka zainteresowań, zadania konkursowe, zadania na olimpiady matematyczne itd. Wszystkie te zadania z powodzeniem mogą być, a nawet powinny być, rozwiązywane przez studentów odbywających kursy nauczycielskie, np. w trakcie zajęć: *Matematyka szkolna z wyższego stanowiska*. Dla studentów przygotowujących się do zawodu nauczyciela matematyki, ciekawa jest również analiza podręczników do matematyki używanych w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku.

Zadania konstrukcyjne znajdujące się w rozdziałach czwartym (analiza artykułu *Beiträge für den Unterricht in der Geometrie* O. Reichela) oraz szóstym, z powodzeniem, mogą być rozwiązywane na zajęciach z geometrii w szkołach wyższych i na uniwersytetach.

Ponadto, treści umieszczone w rozprawie mogą być wykorzystane m. in. do:

- badań dotyczących nauczania matematyki w Prusach w XIX i XX wieku,
- opracowań dotyczących pruskiego systemu edukacji,
- analiz nauczania matematyki w Polsce w dobie zaborów,
- analiz porównawczych sposobów nauczania matematyki w zaborach pruskim, austriackim i rosyjskim,
- badań pedagogicznych,
- opracowań z zakresu dydaktyki matematyki,
- badań dotyczących historii nauczania astronomii.

Notki biograficzne osób związanych z Gimnazjum Toruńskim mogą być umieszczone w słownikach biograficznych, w szczególności: w leksykonach polskich i niemieckich nauczycieli matematyki.

8 Podstawowa literatura

- [1] Biskup M.: *Historia Torunia. Między barokiem i oświeceniem (1660-1793)*. Toruń, 1996.
- [2] Biskup M.: *Toruń dawny i dzisiejszy – zarys dziejów*. Warszawa – Poznań – Toruń, 1983.
- [3] Cantor M., Kahl E., Schlömilch O.: *Literaturzeitung der Zeitschrift für die Mathematik und Physik*, W: *Zeitschrift für die Mathematik und Physik*, Rok 6, red.: M. Cantor, E. Kahl, O. Schlömilch. Leipzig, 1861.
- [4] Curtze M.: *Die mathematischen Schriften des Nicole Oresme*. W: *Gymnasium mit Realschule I Ordnung zu Thorn*. Thorn, 1870.
- [5] Curtze M.: *Kommentar zu dem Tractatus de numeris datis des Jordanus Nemorarius*. W: *Königliches Gymnasium mit Realgymnasium zu Thorn*. Thorn, 1890.
- [6] Domoradzki S.: *Nauczanie matematyki w okresie zaborów (1795-1918)*. W: *Antiquitates Mathematicae*, Tom 3 (2009), red.: W. Więśław.
- [7] Domoradzki S.: *The growth of mathematical culture in the Lvov area in the autonomy period (1870-1920)*. W: *History of mathematics*, Tom 47. Prague, 2011.
- [8] Fassbender E.: *Abriß einer Einleitung in die beschreibende Geometrie*. W: *Nachricht von den Königlichen Gymnasium zu Thorn*. Thorn, 1857.
- [9] Fassbender E.: *Die Kopernikanischen Sehnen- und Dreieckberechnungen*. W: *Königliches evangelisches Gymnasium und Realschule erster Ordnung zu Thorn*. Thorn, 1872.
- [10] *Katalog der Gymnasial-Bibliothek zu Thorn*. Thorn, 1871.
- [11] Kawecka-Gryczowa A.: *Drukarze dawnej Polski od XV do XVIII wieku: Pomorze*. Wrocław – Warszawa – Kraków, 1962.
- [12] Koppe C.: *Ein polyedrischer Satz*, W: *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Tom 18, nr 3. Berlin, 1838.
- [13] Kössler F.: *Personenlexikon von Lehrern des 19. Jahrhunderts Berufsbiographien aus Schul-Jahresberichten und Schulprogrammen 1825-1918 mit Veröffentlichungsverzeichnissen*. Giessener Elektronische Bibliothek, 2008.

- [14] Kössler F.: *Personenlexikon von Lehrern des 19. Jahrhunderts Berufsbiographien aus Schul-Jahresberichten und Schulprogrammen 1825-1918 mit Veröffentlichungsverzeichnissen*, Tom: Faber – Funge. Giessener Elektronische Bibliothek, 2008.
- [15] Kössler F.: *Personenlexikon von Lehrern des 19. Jahrhunderts Berufsbiographien aus Schul-Jahresberichten und Schulprogrammen 1825-1918 mit Veröffentlichungsverzeichnissen*, Tom: Haack – Hyss. Giessener Elektronische Bibliothek 2008.
- [16] Kössler F.: *Personenlexikon von Lehrern des 19. Jahrhunderts Berufsbiographien aus Schul-Jahresberichten und Schulprogrammen 1825-1918 mit Veröffentlichungsverzeichnissen*, Tom: Maack-Mylius. Giessener Elektronische Bibliothek 2008.
- [17] Kössler F.: *Personenlexikon von Lehrern des 19. Jahrhunderts Berufsbiographien aus Schul-Jahresberichten und Schulprogrammen 1825-1918 mit Veröffentlichungsverzeichnissen*, Tom: Raab – Rzepecki. Giessener Elektronische Bibliothek, 2008.
- [18] Kössler F.: *Personenlexikon von Lehrern des 19. Jahrhunderts Berufsbiographien aus Schul-Jahresberichten und Schulprogrammen 1825-1918 mit Veröffentlichungsverzeichnissen*, Tom: Waag – Wytzes. Giessener Elektronische Bibliothek 2008.
- [19] *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 1 [XVI-XVIII w.], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, 1972.
- [20] *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 3 [XIX-XX w.], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, 1974.
- [21] *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 4 [1681-1817], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, 1973.
- [22] Kubik K.: *Nauczanie matematyki w toruńskim Gimnazjum Akademickim w XVI-XVIII w.* W: *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 1 [XVI-XVIII w.], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, 1972.
- [23] Kubik K.: *Nauki ścisłe w toruńskim Gimnazjum Akademickim.* W: *Księga Pamiątkowa 400-lecia Toruńskiego Gimnazjum Akademickiego*, Tom 3 [XIX-XX w.], red.: Z. Zdrójkowski. Toruń, 1974.
- [24] Pleśniarski B.: *Szkolnictwo departamentu bydgoskiego w okresie Księstwa Warszawskiego.* Toruń, 1965.
- [25] Podlaszewska K.: *Gimnazjum Toruńskie w latach 1817-1920.* Toruń, 2007.
- [26] Podlaszewska K., Salmonowicz S., Zdrójkowski Z.: *Krótką historia Gimnazjum Toruńskiego 1568-1968.* Toruń, 1986.
- [27] Prowe A.: *Abritz der Geschichte der Thorner Gymnasiums seit Anfang der Johannisschule bis 1867.* Thorn, 1868.
- [28] Reichel O.: *Beiträge für den Unterricht in der Geometrie.* W: *Königliches evangelisches Gymnasium und Realschule erster Ordnung zu Thorn.* Thorn, 1866.
- [29] Steiner J.: *Sur le maximum et le minimum des figures dans le plan, sur la sphère et dans l'espace en general.* W: *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Tom 24, nr 3. Berlin, 1842.
- [30] Steiner J.: *Ueber einige stereometrische Sätze,* W: *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Tom 23, nr 3. Berlin, 1842.
- [31] *Unterrichts- und Prüfungs-Ordnung der Realschulen und der höheren Bürgerschulen.* Berlin, 1859.

Sprawozdania szkolne

Sprawozdania Gimnazjum Toruńskiego z XIX i początku XX wieku

- [32] *Gymnasium mit Realschule I Ordnung zu Thorn*. Thorn, 1869-1875, 1881.
- [33] *Königliches evangelisches Gymnasium und Realschule erster Ordnung zu Thorn*. Thorn, 1861-1868.
- [34] *Königliches evangelisches Gymnasium zu Thorn*. Thorn, 1859, 1860.
- [35] *Königliches Gymnasium mit Realgymnasium zu Thorn*. Thorn, 1884-1885, 1887-1911, 1915.
- [36] *Nachricht von dem Gymnasium zu Thorn*. Thorn, 1825, 1830-1833, 1836-1842, 1845-1854.
- [37] *Nachricht von dem Königlichen Gymnasium zu Thorn*. Thorn, 1855-1858.

Sprawozdania innych szkół

- [38] *Bericht über die Knaben-Mittelschule zu Thorn für das Schuljahr von Ostern 1881 bis Ostern 1882*. Thorn, 1882.
- [39] *Bericht über die Knaben-Mittelschule zu Thorn für das Schuljahr von Ostern 1886 bis Ostern 1887*. Thorn, 1887.
- [40] *Bericht über die Königliche Gewerbeschule zu Elberfeld*. Elberfeld, 1875, 1876.
- [41] *Jahresbericht des Königl. Wilhelms-Gymnasium zu Krotoschin*. Krotoschin, 1888, 1890-1891, 1896-1899, 1901, 1903, 1905.
- [42] *Jahresbericht des Königlichen Dom-Gymnasiums in Halberstadt*. Halberstadt, 1899-1911.
- [43] *Jahresbericht des Realgymnasiums am Zwinger zu Breslau*. Breslau, 1885.
- [44] *Jahresbericht über das Königl. Joachimsthal'sche Gymnasium*. Berlin, 1886, 1889-1891, 1893, 1894.
- [45] *Jahresbericht über das Königl. katholische Gymnasium zu Culm*. Culm, 1855; Danzig, 1890-1892, 1894, 1896, 1899, 1900.
- [46] *Jahresbericht über die Königliche Gewerbeschule (Realschule) zu Saarbrücken*. Saarbrücken, 1891, 1892.
- [47] *Königliches Gymnasium zu Bromberg. Bericht über das Schuljahr 1906-1907*. Bromberg, 1907.
- [48] *Königliches Gymnasium zu Charlottenburg, Jahresbericht womit zu der am Sonnabend den 2 April stattfindenden öffentlichen Prüfung kinlandet Dr. F. Schultz*. Berlin, 1870.
- [49] *Oberrealschule und Realschule vor dem Holstenthore zu Hamburg*. Hamburg, 1900, 1901.
- [50] *Programm der Realschule I Ordnung in Weisenhause zu Halle*. Halle, 1867.
- [51] *Programm der städtischen Realschule zu Bromberg*. Bromberg, 1867.
- [52] *Programm des Königl. kathol. Gymnasiums zu Culm*. Culm, 1857, 1859, 1861-1863, 1865, 1867, 1869, 1870, 1872-1874, 1876, 1878, 1887.
- [53] *Programm des Königlichen katholischen Gymnasiums Heddingen bei Sigmaringen vom Schuljahr 1858/59*. Sigmaringen, 1859.
- [54] *Realschule I. O. und Gymnasium zu Barmen*. Barmen, 1866, 1868-1870, 1873-1875.
- [55] *Sprawozdanie Dyrekcji Państwowego Gimnazjum im. Mikołaja Kopernika w Toruniu za rok szkolny 1927/28*. Toruń, 1928.
- [56] *Sprawozdanie Dyrekcji Państwowego Gimnazjum im. Mikołaja Kopernika w Toruniu za rok szkolny 1928/29*. Toruń, 1929.
- [57] *Sprawozdanie Dyrekcji Państwowego Gimnazjum im. Mikołaja Kopernika w Toruniu za rok szk. 1931/32*. Toruń, 1932.

- [58] *Sprawozdanie Dyrekcji Państwowego Gimnazjum Klasycznego i Humanistycznego w Toruniu za rok szkolny 1926/27*. Toruń, 1927.
- [59] *Sprawozdanie Dyrekcji c. k. Wyższej Szkoły Realnej w Stanisławowie za rok szkolny 1889*. Stanisławów, 1889.
- [60] *Sprawozdanie Dyrektora c. k. Gimnazjum św. Jacka w Krakowie za rok szkolny 1878*. Kraków, 1878.
- [61] *Städtisches Realgymnasium zu Elbing*. Elbing, 1885.

Podręczniki do matematyki i tablice matematyczne

Podręczniki i tablice, których używano w Gimnazjum Toruńskim w XIX i na początku XX wieku

- [62] August E. F.: *Vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln*. Leipzig, 1863.
- [63] Bardey F.: *Methodisch geordnete Aufgabensammlung*. Leipzig, 1888.
- [64] Ebert J. J.: *Anfangsgründe der nothwendigsten Theile der Mathematik*. Leipzig, 1787.
- [65] Fassbender E.: *Anfangsgründe der beschreibenden Geometrie, der analytischen Geometrie, der Kegelschnitte und der einfachen Reihen*. Essen, 1860.
- [66] Kambly L.: *Die Elementar Mathematik*, cz. I: Arithmetik und Algebra (wyd. 21), cz. II: Planimetrie (wyd. 44), cz. III: Ebene und Sphärische Trigonometrie (wyd. 13), cz. IV: Stereometrie (wyd. 10). Breslau, od 1876 do 1878.
- [67] Koppe K.: *Anfangsgründe der reinen Mathematik für der Schul- und Selbst-Unterricht*, cz. I: Arithmetik und Algebra (wyd. 4), cz. II: Planimetrie (wyd. 4), cz. III: Stereometrie (wyd. 7), cz. IV: Ebene Trigonometrie (wyd. 5). Essen, od 1852 do 1871.
- [68] Mehler F. G.: *Hauptsätze der Elementar-Mathematik zum Gebrauche an Gymnasien und Realschulen* (wyd. 4). Berlin, 1869.
- [69] Schülke A.: *Vierstellige Logarithmentafeln nebst mathematischen, physikalischen und astronomischen Tabellen* (wyd. 2). Leipzig, 1897.
- [70] Vega G. F.: *Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch* (wyd. 10). Leipzig, 1830.

Inne podręczniki i tablice matematyczne

- [71] *Arytmetyka dla szkół narodowych*. Wilno, W Drukarni Imper: Wilen. Uniwer., 1804.
- [72] Aschenborn K. H. M.: *Lehrbuch der Geometrie mit Einschluß der Coordinaten-Theorie und der Kegelschnitte*, cz. I: Die ebene Geometrie (wyd. 2). Berlin, 1873.
- [73] Baltzer R.: *Die Elemente der Mathematik*, cz. II: Planimetrie, Stereometrie, Trigonometrie (wyd. 2). Leipzig, 1867.
- [74] Beskiba J.: *Lehrbuch der Elementar-Mathematik*, cz. III: Die Geometrie. Wien, 1826.
- [75] Böhm A.: *Gründliche Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde, samt zweien Anhängen vom Wasserwägen...* Mit XXIV Kupfer-Tafeln. Frankfurt und Leipzig, 1759.
- [76] Bootz J.: *Lehrbuch der Mathematik: Für Schulen*. Ebene Geometrie. Erlangen, 1856.
- [77] Bremiker C.: *Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit Sechs Decimalstellen*. Berlin, 1869.
- [78] Brennecke W.: *Trigonometrie für das Bedürfniss höherer Lehr-Anstalten*. Berlin, 1856.
- [79] Czech J.: *Euklidesa Początków geometryi ksiąg ośmioro* (wyd. 2). Wilno, 1817.
- [80] Dickstein S.: *Gieometryja elementarna*. Warszawa, 1889.
- [81] Hirsch M.: *Sammlung geometrischer Aufgaben*, cz. II. Berlin, 1807.
- [82] Hunäus G. Chr.: *Lehrbuch der praktischen Geometrie zum Gebrauche an höheren technischen Lehranstalten*. Hannover, 1848.

- [83] Ideler L., Lacroix S. F.: *Lehrbuch die Elementargeometrie*. Berlin, 1828.
- [84] Köhler H. G.: *Jerome de la Lande's logarithmisch-trigonometrische Tafeln* (wyd. 3). Leipzig, 1849.
- [85] Koppe C.: *Die Planimetrie und Stereometrie für den Schulunterricht*. Essen, 1836.
- [86] Koppe K.: *Anfangsgründe der algebraischen Analysis nebst Ergänzungen zur Arithmetik für den Schul- und selbst-Unterricht*. Essen, 1870.
- [87] Koppe K.: *Ein neuer Lehrsatz der Stereometrie – Eine Beilage zu allen stereometrischen Lehrbüchern*. Essen, 1843.
- [88] Kries F.: *Lehrbuch der reinen Mathematik*. Jena, 1836.
- [89] Krygowska Z.: *Konstrukcje geometryczne na płaszczyźnie*. Warszawa, 1958.
- [90] Kurczab M., Kurczab E., Świda E.: *Matematyka. Podręcznik do liceów i techników*. Klasa 1, Klasa 2, Klasa 3. Warszawa, Oficyna Wydawnicza Krzysztof Pazdro, 2012, 2013, 2014.
- [91] Kurczab M., Kurczab E., Świda E.: *Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Klasa 1. Zakres podstawowy i rozszerzony*. Warszawa, 2012.
- [92] Kurczab M., Kurczab E., Świda E.: *Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Klasa 2. Zakres rozszerzony*. Warszawa, 2013.
- [93] Kurczab M., Kurczab E., Świda E.: *Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Klasa 3. Zakres rozszerzony*. Warszawa, 2014.
- [94] L'Huilier S.: *Geometria dla szkół narodowych*, cz. II. Wilno, 1816.
- [95] Müller J. H. T.: *Lehrbuch der Geometrie für Gymnasien und Realschulen nebst vielen Übungsaufgaben und Excursen*, Erste Abtheilung, die Grundeigenschaften der unbegrenzten geometrischen Gebilde im Raume und die gesammte Planimetrie enthaltend. Halle, 1844.
- [96] Niewęłowski G. H.: *Geometria*. Poznań, 1854.
- [97] Pokorny E. J.: *Trygonometria dla samouków* (Podręcznik zatwierdzony pismem Ministerstwa Oświaty z dnia 1.IV.1957 r. nr PZ 5 – 10/9/57 dla uczniów zaocznych techników szkolenia zawodowego) (wyd. 3). Warszawa, 1957.
- [98] Schlömilch O.: *Fünfstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln*. Braunschweig, 1866.
- [99] Schlömilch O.: *Handbuch der mathematischen Analysis*, cz. I: Algebraische Analysis. Jena, 1845.
- [100] Weidler J. F.: *Institutiones matheseos*. Wittenberg, 1736.
- [101] Wittstein T.: *Das Prismaoid, Erste Erweiterung der elementaren Stereometrie*. Hannover, 1860.
- [102] Wittstein T.: *Lehrbuch der Elementar-Mathematik*, Tom 1, cz. II: Planimetrie (wyd. 5). Hannover, 1871.
- [103] Wojtowicz W.: *Tablice matematyczno-fizyczne czterocyfrowe*. Warszawa, 1955.
- [104] *Wybrane wzory matematyczne*. Wydawnictwo Centralnej Komisji Egzaminacyjnej, Publikacja współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego (ISBN 978-83-7400-263-9).
- [105] Zydler J.: *Geometria w zakresie szkoły średniej* (wyd. 18). Warszawa, 1930.

Źródła pisane

- [106] Egzaminacje maturalne uczniów Gimnazjum w Inowrocławiu z lat 1868–1870, 1873–1878, 1882–1885, 1887, 1889, 1890, 1900, materiały dostępne w Bibliotece I Liceum Ogólnokształcącego im. J. Kasprówicza w Inowrocławiu.